

Familia y teoría de juegos	Titulo
Serrano Moya, Edgar David - Autor/a;	Autor(es)
Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales, Niñez y Juventud (Vol. 4 no. 2 jul-dic 2006)	En:
Manizales	Lugar
Centro de Estudios Avanzados en Niñez y Juventud alianza de la Universidad de Manizales y el CINDE	Editorial/Editor
2006	Fecha
	Colección
Teoría de juegos; Dinámica familiar; Familia; Equidad; Colombia;	Temas
Artículo	Tipo de documento
"http://biblioteca.clacso.edu.ar/Colombia/alianza-cinde-umz/20131029051337/art.EdgarDavidSerrano.pdf"	URL
Reconocimiento-No Comercial-Sin Derivadas CC BY-NC-ND http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.0/deed.es	Licencia

**Segui buscando en la Red de Bibliotecas Virtuales de CLACSO**  
<http://biblioteca.clacso.edu.ar>

**Consejo Latinoamericano de Ciencias Sociales (CLACSO)**  
**Conselho Latino-americano de Ciências Sociais (CLACSO)**  
**Latin American Council of Social Sciences (CLACSO)**  
[www.clacso.edu.ar](http://www.clacso.edu.ar)



Consejo Latinoamericano de Ciencias Sociales  
Conselho Latino-americano de Ciências Sociais  
Latin American Council of Social Sciences



# Familia y teoría de juegos

Edgar David Serrano Moya

# Familia y teoría de juegos

**Edgard David Serrano Moya**

• **Resumen:** Esta investigación se centra en una amplia explicación de las elecciones que tienen lugar dentro del grupo familiar. El trabajo se basa en los juegos cooperativos y en los procesos de negociación, los cuales tienen una interesante aplicación en el campo de la economía de la familia, ya que permiten analizar ciertas interacciones al interior del grupo familiar, en particular los procesos de negociación en la distribución de recursos al interior del hogar. En este artículo se describen fundamentalmente los modelos de juegos más destacados en la literatura sobre economía de la familia que se focalizan en los modelos de negociación; se describen los elementos generales teóricos, su estructura formal y las implicaciones de tipo teórico que se desprenden de su posible utilización.

**Palabras clave:** Familia, juegos cooperativos, solución Nash, negociación, decisiones, equidad familiar.

• **Resumo:** Esta pesquisa foca-se numa ampla explicação das eleições que se dão dentro do grupo familiar. O trabalho está baseado nos jogos cooperativos e nos processos de negociação, os quais têm uma interessante aplicação no campo da Economia da Família, já que permitem analisar certas interações dentro do grupo familiar, particularmente os processos de negociação na distribuição dos recursos ao interior do lar. Neste artigo descrevem-se, fundamentalmente, os modelos de jogos mais destacados na literatura sobre economia da família, os quais orientam-se aos modelos de negociação; são descritos os elementos gerais teóricos, a sua estrutura formal e as implicações do tipo teórico que se desdobram da sua possível utilização.

**Palavras Chave:** família; jogos cooperativos; solução Nash; negociação; decisões; equidade familiar.

• **Abstract:** This research report is centered on explaining the choices that take place in the family. The work is based on cooperative games and the processes of negotiation, both of which can be applied in the field of Family Economics, as they make it possible to analyze certain family interactions, particularly those negotiations related to the distribution of resources in the home. This paper describes the main negotiation models that appear in the literature on family economics. Their general theoretical elements are described, as well as their formal structure and the theoretical implications of their possible use.

**Keywords:** Family, cooperative games, Nash solution, negotiation, decisions, fairness in the family.

## Familia y teoría de juegos\*

Edgar David Serrano Moya\*\*

**-Introducción. -1. Juegos cooperativos y procesos de negociación. -2. Cooperación e incentivos. -3. Negociación y Familia. -4. Soluciones y efectos en la distribución de recursos. -5. Los problemas de simetría y de amenazas creíbles. -6. Conclusiones.**

*Primera versión recibida abril 17 de 2006; versión final aceptada agosto 18 de 2006 (Eds.)*

### Introducción

Las implicaciones teóricas de la toma de decisiones de las familias en la asignación de ingresos y recursos, trasciende las fronteras de los avances teóricos plasmados en los modelos desarrollados en el campo de la Economía de la Familia<sup>1</sup> y se extienden al campo normativo estudiando los problemas de bienestar de los grupos familiares.

Desde la aproximación tradicional (neoclásica), los modelos unitarios<sup>2</sup> presentan una vía para entender el comportamiento familiar y ofrecen herramientas metodológicas para el trabajo empírico. Su simpleza permite un modelamiento fácil de la dinámica de las familias, y la utilización de bases de datos para probar sus implicaciones empíricas.

Cuando se optimiza la función de Bienestar Social (*fbs*) en los modelos unitarios, se observa que los procesos de distribución se presentan sólo por cambios en precios e ingresos, pero no se está reflexionando acerca del conflicto interno que se genera al interior del grupo familiar en la asignación de los recursos (en este sentido el modelo unitario es

---

\* Este artículo hace parte de la tesis doctoral Economía de la familia: modelos de comportamiento intra familiar y asignación de recursos, presentada por el autor en el año 2003 para optar al título de Doctor en Ciencias Económicas. Universidad Nacional de Colombia Bogotá. Marzo de 2003. El trabajo de investigación en su totalidad fue financiado por el autor y se realizó entre enero del 2000 y marzo de 2003.

\*\* Economista U.N. Magíster en Economía U.N. Doctor en Ciencias Económicas U.N. Profesor Titular Departamento de Economía y Administración Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales Universidad de Caldas. Correo electrónico: edserrano@epm.net.co.

<sup>1</sup> Una clasificación de los desarrollos teóricos en economía de la familia, muestra una primera división entre los aspectos micro y macroeconómicos. En los primeros encontramos modelos de comportamiento familiar que se centran en los problemas de elección y analizan tópicos como: fertilidad, producción familiar, matrimonio - divorcio y asignación de recursos. En la mirada macro están los modelos de generaciones traslapadas, que se preocupan del consumo y el manejo de la inversión en capital humano, el altruismo intergeneracional, entre otros.

<sup>2</sup> La idea básica de un modelo unitario se relaciona con una visión del grupo familiar en la que éste toma sus decisiones [elige] de forma conjunta y consigue acuerdos, y las decisiones y acuerdos se manifiestan en unas preferencias del grupo familiar. Tal visión implica teóricamente el diseño de un mecanismo, una Función de Bienestar Social [fbs], en donde las preferencias de la familia sean la manifestación de las decisiones de grupo, pero adicionalmente, por estructura teórica, este mecanismo debe respetar las decisiones individuales de cada miembro de la familia al ser implementado.

una caja negra); tal situación puede tener serias implicaciones de política social, en tanto se utilicen estos mecanismos como forma de asignación de subsidios u otro tipo de transferencias, y puede generar sesgos en la interpretación de la dinámica familiar desde la visión de quienes planean políticas sociales.

En este sentido la dinámica interna de la asignación de recursos al interior de la familia se encuentra oculta por la estructura del modelo unitario, y como se ha mostrado en diferentes estudios empíricos un aumento en el ingreso del grupo familiar producto de un subsidio no necesariamente se traduciría en bienestar para el grupo [Roldan (1988); Folbre (1995); Purkayastha (1999)].

Los modelos de juegos, y en particular los modelos de juegos cooperativos y de negociación, surgen en los años ochentas dentro del marco de análisis de la familia, como una alternativa teórica frente a las limitaciones referidas en el párrafo anterior sobre los modelos unitarios.

Este artículo se centra en el análisis de una modelación particular de los juegos cooperativos y de sus posibles soluciones, como alternativa de análisis del comportamiento del grupo familiar. En primer lugar, se desarrolla una discusión teórica que justifica la utilización de la teoría de juegos cooperativos, en particular de los procesos de negociación para analizar la interacción de las familias. En la segunda sección se describen las soluciones axiomáticas de Nash y los refinamientos de Kalai y Smorodinsky señalando sus diferencias y lo que se gana con su implementación; en seguida se desarrolla una exposición general sobre los modelos y sus soluciones. Posteriormente y partiendo del trabajo seminal de Manser y Brown [1980], se explica el modelo de la relación de pareja en la familia; desde el enfoque de negociación, se describe el modelo de McElroy y Horney [1981], y se desarrolla un ejemplo con los modelos descritos haciendo referencia a las soluciones descritas.

En la quinta sección se hace una lectura crítica a las posibilidades de implementación de los modelos cooperativos; finalmente, se presentan algunos elementos conclusivos.

## **1. Juegos cooperativos y procesos de negociación**

Al interior de los grupos familiares existen una serie de elementos que determinan el comportamiento individual y colectivo de sus miembros en la toma de decisiones. Las implicaciones de una determinada elección tienen efectos directos en el bienestar de las personas; en este sentido, entender cómo operan estos procesos es sustancial para predecir las implicaciones de los mismos.

Una estructura particular para observar las interrelaciones de las personas y grupos sociales es el mercado. Sen [1990] observa cómo los precios son parte del engranaje del mecanismo de mercado y de qué manera afectan en el mundo moderno los procesos de interacción entre las personas, y entre éstas y las instituciones; sin embargo, una mirada a la familia implica el análisis de otros elementos que trasciendan los proporcionados por el mecanismo de mercado.

Al analizar aspectos económicos sustanciales propios de la familia, como la división del trabajo [intrahogar] o la asignación de recursos, encontramos que ya desde la estructura de mercado se están determinando “*procesos de distribución y patrones particulares de desigualdad*” [Sen, 1990]. Los modelos desarrollados en esta área por la teoría neoclásica, conocidos como modelos “unitarios”, presentan estos problemas [Serrano, 2003], los cuales se sustentan en la racionalidad del individuo y moldean el comportamiento del grupo

familiar como el de un agente representativo en los procesos de elección. La estructura de análisis entrega soluciones óptimas de Pareto, que pueden resultar inequitativas.

La idea de generar procesos **distributivos equitativos** en la interacción que tienen los miembros de las familias, a través de mecanismos que conduzcan a acuerdos, se presenta como un elemento sustancial para el análisis del bienestar económico y social de éstas.

En los trabajos de Becker [1981a, 1981b] sobre familia, el modelo unitario asume un comportamiento adicional al del egoísmo; como explicación a la asignación intrafamiliar de recursos se tiene el altruismo. El comportamiento altruista [mas no cooperativo] mediado por el teorema del Rotten Kid<sup>3</sup>, es un mecanismo de estrategia dominante donde los individuos se ven forzados a ceder en sus preferencias, para colocarse en una mejor situación de bienestar, o por lo menos para no empeorar su posición inicial. En este sentido Sen [1990] lo considera un supuesto de **concordancia inducida**, que culmina en el agente representativo del padre o madre.

Esta circunstancia incide en el hecho de que la mejoría en bienestar no es una consecuencia directa de las decisiones del individuo, y por lo tanto los procesos de asignación de recursos no redundan siempre en una mejoría de los miembros de la familia, al verse afectada la asignación por la decisión unilateral de un agente altruista (dictador benevolente).

Sen [1990] resalta la siguiente afirmación de Becker:

“En mi aproximación, la *reasignación óptima* resulta del altruismo y las contribuciones voluntarias, y la *función de preferencia de grupo*, es idéntica a la cabeza de familia altruista, aun cuando ésta no tiene poder soberano” [Becker (1981b)].

El modelo altruista (unitario) en Becker [1981b] presenta este carácter. En la elección, los conflictos que surgen al interior se **eliminan** por *metas y preferencias que concuerdan*; el mecanismo es el teorema del Rotten Kid, el comportamiento es el altruismo del padre (o de la madre); la eficiencia en el hogar se demuestra con la asignación eficiente de recursos, pero “*los problemas de desigualdad e injusticia tienen poca atención en el Tratado sobre la Familia*” [Sen,1990].

Tal situación afecta los elementos éticos en una visión consecuencialista (valoración de los efectos de una acción o una política según sus consecuencias) del proceso, por encima del instrumentalismo que está presente en la preocupación de la modelación del altruismo u otro tipo de mecanismo utilizado en los modelos unitarios, como el consenso en Samuelson [Serrano, 2003]. Por otra parte, surge la pregunta sobre cuáles son los mecanismos que desde esta visión consecuencialista pueden, al ser implementados, permitir un mayor bienestar para los miembros de un grupo familiar.

Como las aproximaciones unitarias (incluida la de Becker) no permiten explicar los elementos determinantes de la interacción familiar del conflicto y la negociación, es necesario introducir otros mecanismos que conduzcan a explicar estas situaciones. Tales mecanismos y sus elementos constitutivos, que admiten construir una estructura de análisis de las interrelaciones familiares y de los elementos éticos inherentes a éstos y al

---

<sup>3</sup> Este mecanismo desarrollado por Becker [1981a], prueba por estrategias dominantes cómo en la familia los miembros de ésta se supeditan al proveedor en situaciones de distribución de bienes, para no estar excluidos de su disfrute, así lo obtenido no sea lo que maximice su bienestar.

mejoramiento en el bienestar de las familias y sus miembros, son sustanciales en el enriquecimiento de este campo de investigación. Algunos de estos requerimientos se encuentran presentes en los mecanismos de cooperación y negociación [Sen, 1990] que la teoría de juegos, desde su posición cooperativa, ha formalizado.

## 2. Cooperación e incentivos

La discusión sobre *la racionalidad de grupo* es el punto de partida para entender el problema de la cooperación al interior de la familia; el cooperar de forma consciente en un proceso de negociación, requiere de la existencia de incentivos que formen parte de los elementos que pueden tornar dominante una situación de cooperación [Elster, 1989]. La cooperación familiar, según Sen [1990], implica que las interacciones de los miembros de la familia “*resueltas en la vía cooperativa, producto de una solución colusiva*”<sup>4</sup>, sean motivadas por las normas, reglas y percepciones sociales, sobre nuestro comportamiento”, elementos que generan situaciones de incentivo para motivar a la acción no cooperativa.

La elección de los individuos de actuar de forma cooperativa o no cooperativa, se encuentra entonces afectada por el sistema institucional que regula a las personas y sus comportamientos. De esta forma, acciones cooperativas en donde el resultado es una gran desigualdad para un grupo de personas, pueden ser sostenidas por el sistema de valores; este es el caso de la sociedad patriarcal, que discrimina a las mujeres, generando fuertes desigualdades al interior del grupo familiar.

Se tiene entonces que los sistemas de valores, que llevan a soluciones cooperativas, pueden ofrecer soluciones que generan desigualdad intrafamiliar, a pesar de que la solución a la cual se llega sea favorable para las personas involucradas en la negociación. Por supuesto, esto ocurre al comparar los resultados finales con sus posiciones iniciales en el proceso de negociación.

En esta vía la cooperación va a ser entendida como el “*actuar de forma conjunta buscando un propósito en común*” [Myerson, 1991]. Para el caso de la familia, se puede ver la cooperación como la acción aislada de quienes poseen poder de negociación y quieren tomar esta opción; un acercamiento en este sentido es el tratamiento de pareja que hacen Manser y Brown [1980]. Pero también es posible pensar en un tratamiento en donde se forman coaliciones dentro de la familia para buscar la forma de asignar recursos; en este caso madre e hijos o hijas podrían ser un grupo que negocia con el padre [Sen, 1990].

Teniendo en cuenta estos elementos, los modelos de negociación [bargaining], en su formalización menos compleja, presentan a dos individuos con funciones de utilidad cardinales, en donde si los individuos no cooperan, el resultado es uno que puede ser mejorado, si las partes logran negociar.

Los resultados que surgen de la acción de cooperar pueden ser mejores en términos de bienestar que las soluciones no cooperativas, aunque esto no implica que estos resultados redunden en equidad para las partes una vez solucionado el conflicto.

Es importante anotar que la cooperación no implica necesariamente una motivación no egoísta para ser elegida como mecanismo de decisión. En este sentido, el comportamiento egoísta es consecuente con la cooperación. Es así como “*la conducta egoísta orientada al resultado*”, como lo argumenta Elster [1989], es una motivación suficiente para optar por cooperar en un grupo.

---

<sup>4</sup> El concepto de colusión se refiere a una elección de estrategias de cooperación, para solucionar un problema.

La ventaja del modelo de negociación y sus soluciones, como estructura de análisis para el comportamiento de la familia, está en “trazar el problema del conflicto de intereses al interior de las familias ... combinar los elementos del conflicto con la cooperación, en una estructura que permite enfrentarlo de forma conjunta y no de forma aislada como en los modelos atomísticos (unitarios)” [Sen, 1990].

Por otra parte, desde una perspectiva técnica de la modelación se puede, implementando estructuras de juegos, evadir uno de los problemas que se han presentado en los modelos unitarios con el supuesto de la utilidad transferible<sup>5</sup>, pues las soluciones descritas en la modelación cooperativa pueden dejar de lado este fuerte supuesto.

La solución de algunos de los problemas que enfrenta el modelo unitario, genera otros en la aproximación a una negociación, pues los modelos cooperativos tienen su mayor limitación en el hecho de no dar espacio en los asuntos de familia a temas como la percepción de *intereses* por parte de los individuos y a la *legitimidad* que los intereses de grupo tienen para los mismos individuos [Sen, 1990].

Para Sen [1990]:

*“Si la motivación de egoísmo le es inherente al individuo en un contexto social, que es socialmente determinado por los mismos individuos, entonces ésta debe manejarse de forma implícita al conflicto cooperativo”.*

A pesar de esto, el modelo de negociación incorpora elementos sustanciales sobre las percepciones en los procesos de interacción social [Sen,1990], que son parte de las reacciones de las personas en su interacción con otras: de un lado se encuentra la **respuesta de interés percibida**; en ésta, si la percepción de egoísmo de la persona tiene menos valor que el bienestar propio, la solución cooperativa será menos favorable a la persona en términos de bienestar; pero si en la cuenta de pagos [resultados] una persona percibe en sí misma que ha realizado una gran contribución al total de bienestar del grupo, entonces la solución cooperativa será más favorable a esa persona en una **respuesta de contribución percibida**, como la denomina Sen [1990].

De esta manera, las soluciones que incluyen *obligación* y *legitimidad* afectan la ética del comportamiento. Siendo así, la identidad de cada miembro de la familia es un elemento sustancial, pero una percepción de la identidad basada en el egoísmo puede impedir que la persona perciba el bienestar<sup>6</sup> que se obtiene en cualquier interacción con los otros miembros de su grupo familiar. Como la percepción individual está imbuida del medio en que se vive, la *legitimidad* y la *obligación* hacen parte de esta dinámica. De nuevo argumentamos que las formas que presenta la conducta social influyen en estas percepciones.

El mirar la familia como un juego de cooperación puede justificarse, pues “cuando las mismas personas entran en interacción una y otra vez pueden decidir cooperar por miedo a las represalias o por las esperanzas de una acción recíproca o por ambas cosas a la vez” [Elster,1989]. Estos elementos también se relacionan con las percepciones:

---

<sup>5</sup> En los modelos unitarios un fuerte supuesto es la transferencia de utilidad de un individuo al otro cuando uno sacrifica su bienestar propio [padre o madre] a favor del otro [hijo o hija], generando una transferencia de utilidad igual a la que aquél obtendría si no sacrificara su bienestar.

<sup>6</sup> En el bienestar se contabilizan aspectos tan disímiles como trabajo, placer, morbilidad, desnutrición, dieta.



*“...los fundamentos de la teoría de juegos cooperativos, al menos en parte, están en el papel del arbitraje, la negociación y las propiedades de bienestar en determinar el equilibrio focal en el juego” [Myerson, 1991].*

El hecho de que los jugadores se puedan comunicar en un juego, es otro presupuesto importante para interpretar tal aspecto como un medio para analizar la cooperación; la interacción familiar se encuentra permeada en general por diferentes aspectos de comunicación dentro de la dinámica de las relaciones familiares.

Un último elemento en este análisis es que la idea de cooperación se distancia de los planteamientos altruistas del modelo unitario, puesto que el altruismo hace parte del comportamiento individual y no es producto de la negociación. La acción de ser altruista va en el individuo; es aprendida en el medio, no como producto de razones biológicas —como se ha planteado—, y no se puede ver como producto de un acuerdo intrafamiliar, como lo percibe Becker [1981].

**2.1 Negociación con dos personas.** La negociación es una partida cooperativa con agentes racionales, aunque no necesariamente egoístas<sup>7</sup>; el problema que enfrentan los participantes del juego no es predecir si se obtiene un óptimo de Pareto *“sino sobre en qué puntos las partes llegan a un acuerdo”* [Elster, 1989]. De esta manera, las ganancias que se derivan de la cooperación son plenamente realizadas y, de otro lado, las partes tendrán en cuenta los desacuerdos como elementos fundamentales para obtener sus acuerdos.

El problema de negociación considera que:

*“...cuando dos jugadores negocian o existe un árbitro imparcial que actúe como mediador, las asignaciones de pagos que los dos jugadores consiguen, deberían depender sólo de los pagos que ellos esperarían obtener si la negociación falla; esto es necesario para conseguir un acuerdo sobre el conjunto de pagos que son conjuntamente posibles para los dos jugadores en el proceso de negociación” [Myerson, 1991].*

Este tipo de acuerdo se justifica en la medida en que los jugadores pueden hacer comparaciones con las posibles asignaciones que obtendrían sin acuerdo, lo que involucra cierto concepto de equidad, concepto que Myerson expone como *“la ganancia que yo obtengo de nuestro acuerdo debería ser proporcional a la tuya”*.

De manera formal y en su exposición más general, el problema de negociación entre dos personas consiste en un par  $[F, v]$  donde  $F$  es un subconjunto<sup>8</sup> convexo y cerrado de  $\mathbf{R}^2$ , y  $v = [v_1, v_2]$  es un vector en  $\mathbf{R}^2$ .

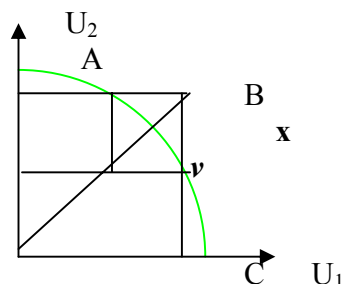
$$F \cap \{[x_1, x_2] / x_1 \geq v_1, x_2 \geq v_2\} \quad [1.1]$$

El acercamiento gráfico permite observar en detalle el significado de la anterior expresión formal.

<sup>7</sup> En sociedades altruistas es necesario negociar sobre la distribución de los bienes [Elster, 1989].

<sup>8</sup> Este subconjunto es no vacío y acotado, lo que garantiza, siguiendo a Myerson [1991], que algunas asignaciones factibles sean al menos tan buenas como el desacuerdo para ambos jugadores.

GRÁFICO 1.1



La asignación de los pagos del desacuerdo está representada por  $v = [v_1, v_2]$  y  $x = [x_1, x_2]$  que denota los pagos a cada jugador; los subíndices 1 y 2 representan cada uno de los jugadores. Se entiende en [1.1] que los pagos obtenidos por el acuerdo deben ser mayores a los del desacuerdo.

Para determinar los puntos de desacuerdo  $v$  se encuentran en la literatura tres posibles formas [Myerson, 1991]:

- 1) Que  $v$  sea el valor minimax para el jugador  $i$ .
- 2) Ubicar unos puntos focales del juego que representen los desacuerdos. Estos puntos focales los señalamos como  $[\sigma_i, \sigma_j]$  entonces  $v_i = u_i[\sigma_i, \sigma_j]$  para cada jugador.
- 3) Derivar  $v$  de amenazas racionales.

La forma descrita en el tercer punto, ha sido la escogida en economía de la familia para modelar amenazas creíbles por parte de una pareja [McElroy y Horney, 1981]. Estas amenazas racionales están relacionadas con lo que más adelante se denominará Parámetros Económicos Extra-ambientales (PAE).

La teoría de la negociación conlleva entonces encontrar una solución apropiada, que podemos denominar la *función solución*  $\phi$ , para la cual Nash [1950] desarrolló la siguiente aproximación de tipo axiomático:

**2.2 La solución de negociación de Nash<sup>9</sup>.** En un problema de negociación de dos personas  $[F, v]$ , con un vector de asignaciones en  $\mathbf{R}^2$ , una solución de negociación razonable  $\phi [F, V] = [\phi_1[F, V], \phi_2[F, V]]$  debería satisfacer:

**Axioma 1 Eficiencia fuerte.**  $\phi [F, v]$  es una asignación en  $F$ , y para cualquier  $x$  en  $F$ , si  $x \geq \phi [F, v]$ , entonces  $x = \phi [F, v]$ . En otras palabras, no es posible mejorar el resultado de una parte sin desmejorar a la otra.

<sup>9</sup> Esta exposición sigue los trabajos de Myerson [1991] y Rubinstein y Osborne [1994].

Axioma 2 Racionalidad individual.  $\varphi [F, v] \geq v$

Axioma 3 Escala de covarianza. Para cualquier de los números  $\lambda_1 > 0$ ,  $\lambda_2 > 0$ ,  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$ ,

Si  $G = \{[\lambda_1 x_1 + \gamma_1, \lambda_2 x_2 + \gamma_2] / [x_1, x_2] \in F\}$   
y,  
 $w = [\lambda_1 v_1 + \gamma_1, \lambda_2 v_2 + \gamma_2]$ ,

entonces

$$\varphi [G, w] = [\lambda_1 \varphi_1 [F, v] + \gamma_1, \lambda_2 \varphi_2 [F, v] + \gamma_2]$$

Es decir, la solución se presenta como invariante a cualquier transformación lineal positiva.

Axioma 4 Independencia de alternativas irrelevantes. Para cualquier conjunto convexo y cerrado  $G$ , si  $G \subseteq F$  y  $\varphi [F, v] \in G$ , entonces  $\varphi [G, v] = \varphi [F, v]$ . En otras palabras, si la solución en una partida que contenga al subconjunto  $G$  es factible, entonces esa solución es también la solución en  $G$ .

Axioma 5 Simetría. Si  $\{[x_2, x_1] / [x_1, x_2] \in F\} = F$  entonces  $\varphi_1 [F, v] = \varphi_2 [F, v]$ . Es decir, la solución es simétrica, ninguna de las partes puede ser tratada de forma diferente en la solución escogida.

Una lectura no formal de los axiomas permite analizar los siguientes aspectos:

En los axiomas 1 y 2 se afirma que la solución al problema de negociación debe ser factible y Pareto eficiente; de esta manera, si se consigue el óptimo, la búsqueda de una mejor posición por parte de uno de los jugadores desmejora al otro. El axioma 2 está planteando que ningún jugador, si negocia, puede obtener un pago menor al que obtendría en una solución sin negociación. El axioma 3 afirma que si el problema de negociación  $G$  es derivado del problema de negociación  $F$ , las transformaciones en la utilidad que tienen cada uno de los jugadores no se ven afectadas por las propiedades de las funciones de utilidad [Myerson, 1991].

La solución es independiente de las unidades en que se mide la utilidad. Las consecuencias de este axioma se centran en la imposibilidad de acceder a comparaciones interpersonales de utilidad, lo cual impide utilizar conceptos de solución como maximizar la suma de las ganancias de la utilidad, o igualar las ganancias de la utilidad. Pero, comparaciones como la relación entre la utilidad marginal del dinero y el consumo de bienes y servicios, son plausibles.

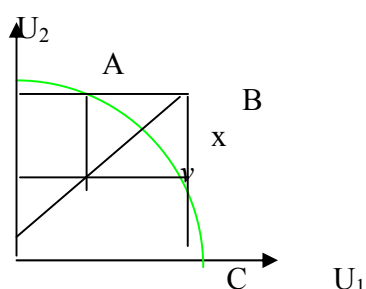
El axioma 4 plantea que si se eliminan alternativas que no van a ser escogidas, éstas no afectan la solución. Este axioma es el más debatido en la literatura sobre el tema, pues el conjunto de elección se hace más pequeño; así, el riesgo que surge con esta solución es dejar otras posibles soluciones por fuera, generando en ciertos casos que la solución encontrada empeore el bienestar de uno de los agentes en el juego.

Por último, el axioma 5 indica que si los jugadores son simétricos en la negociación, la solución debe tratarlos de forma simétrica. En otras palabras, intercambiar los nombres de los jugadores no influye en la solución.

**Teorema 1.** Hay una única solución al problema de negociación  $\phi [\cdot, \cdot]$  que satisface los axiomas expuestos. Esta solución satisface, para cada problema de negociación de dos personas  $[F, v]$ :

$$\phi [F, v] \in \operatorname{argmax}_{x \in F, x \geq v} [x_1 - v_1] [x_2 - v_2] \quad [1.2]$$

GRÁFICO 1.2



La serie de parejas óptimas de Pareto se encuentran en la curva AC. El punto x representa la solución de Nash y el punto v representa el vector de desacuerdos. La *Solución de Negociación Nash*, permite trabajar en contextos en donde no es pertinente usar comparaciones interpersonales de utilidad.

Para Elster [1989], la solución de Nash frecuentemente “*corresponde bien a instituciones que tienen que ver con la manera en que la gente se comporta efectivamente en situaciones de negociación*”, aunque la solución no genere resultados justos: “...desde el punto de vista de un arbitraje la tarea no es necesariamente hallar el resultado abstractamente justo, sino hallar un resultado apropiado a la fuerza negociadora de las partes” [Elster 1989, citando a Selten, 1987].

El trabajo de Nash [1950] no pretendía encontrar una solución justa al proceso de negociación; el propósito tan sólo era hallar una solución entre agentes racionales. Sin embargo, la *solución de Nash* en general se presenta más justa que las convencionales soluciones óptimas de Pareto, en situaciones en donde la simple suma de utilidades (como en los modelos unitarios) excluye de los beneficios de distribución a los más débiles, o poco hábiles agentes, que pretendieran participar en un proceso distributivo.

**2.3 La Solución de Kalai y Smorodinsky.** Esta solución muestra que hay una única solución de negociación que satisface los axiomas de eficiencia fuerte, escala de covarianza, simetría y monotonicidad individual; siendo este último el axioma que reemplaza en la solución Nash al axioma de independencia de alternativas irrelevantes. Formalmente la solución muestra un único punto eficiente x en F, tal que:

$$[x_2 - v_2] / [x_1 - v_1] = m_2 [F, v] - v_2 / m_1 [F, v] - v_1 \quad [1.3]$$

en donde  $m_i [F, v] = \max k_i$

$k_i$  es un vector que pertenece a  $F$  y donde  $k > v$   
con  $i = 1, 2$

El significado del axioma de monotonidad implica que entre dos jugadores, independiente del nivel de utilidad que el jugador 1 desee, el nivel máximo de utilidad deseado por el jugador 2 es por lo menos tan grande en su segundo lance como el obtenido en el primero. De nuevo este resultado funciona en contextos en donde no es posible hacer comparaciones interpersonales de utilidad, o éstas son poco apropiadas.

En esta expresión, lo que se está argumentando es que deben ser proporcionales las ganancias de la utilidad (parte izquierda de la igualdad) y el máximo de las ganancias factibles que las partes negociadoras puedan alcanzar. En otras palabras, en un proceso de negociación “las ganancias [*de ésta*] deberían dividirse, proporcionalmente a las máximas ganancias factibles de las partes” [Elster, 1989]. Esta es una solución en donde las partes *ceden lo mínimo* para poder llegar a un acuerdo.

Para Elster [1989], este concepto de solución es más plausible que el de Nash. Esto, argumentando razones normativas en torno a que el axioma de monotonía es admisible, frente al axioma de independencia de alternativas irrelevantes. El punto es que no sería coherente aceptar menos de lo que ya se ha ganado, cuando se continúa negociando. Desde la conducta de los negociadores, buscar la ganancia factible máxima sería lo coherente.

En los procesos de negociación, la solución de K-S es favorable, en tanto considera que cada parte haga concesiones; así, los resultados más deseados para cada parte no deben ser los mayores resultados esperados [Elster, 1989]. La conducta racional no se encuentra detrás de esta solución, como lo argumenta Elster [1989]; en ésta se encuentran “percepciones de justicia y honestidad”.

**2.4 Otras soluciones.** Una solución que implica para cada jugador *ganancias iguales* de utilidad, es la solución igualitaria. Ésta formalmente se define como el único *punto*  $x$  en  $F$ , que es débilmente eficiente en  $F$  y satisface la condición de ganancias iguales:

$$x_1 - v_1 = x_2 - v_2 \quad [1.4]$$

Esta solución no satisface el axioma de escala de covarianzas, pero satisface el resto de axiomas mencionados en la solución Nash.

Si se buscan ganancias iguales el resultado debe ser soluciones igualitarias. Esta solución se grafica como el punto Pareto-óptimo sobre la frontera de posibilidades, que iguala las ganancias de utilidad. La igualdad no está observando los esfuerzos de los miembros del grupo favorecidos por la distribución. Es interesante observar que esta forma de distribución no tiene en cuenta el comportamiento envidioso de los individuos, sino que en la distribución de los bienes [que no es igualitaria] se presupone que se conoce lo que cada miembro necesita para maximizar su utilidad y así obtener utilidades iguales entre todos los miembros de la familia.

En otra vía se presenta la solución utilitarista<sup>10</sup>, que para una negociación entre dos personas se muestra como:

---

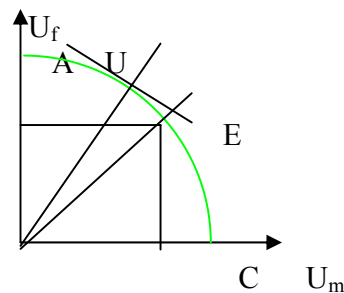
<sup>10</sup> Este concepto, como lo aclara Myerson [1991], se utiliza en el sentido de Bentham y Mill.

$$x_1 + x_2 = \max [k_1 + k_2] \quad [1.5]$$

$k_i$  es un vector que pertenece a  $F$  con  $i = 1, 2$

En esta solución se está maximizando la suma de la ganancia de utilidad de las partes. La solución utilitaria viola igualmente el axioma de escala de covarianza [invarianza], pero satisface los demás axiomas.

GRÁFICO 1.3



El punto E muestra la solución igualitaria. Allí las utilidades de  $m$  y  $f$  son iguales; el punto es óptimo de Pareto sobre la frontera, pero esta solución no implica que la asignación en bienes sea distribuida de la misma forma. El punto U es una solución utilitaria, que en particular muestra una distribución desigual de utilidades (no necesariamente de bienes) y es una solución eficiente.

En general, la discusión con las diferentes soluciones expuestas, no es cuál es la más apropiada teóricamente, si no cuál de ellas “*es el resultado apropiado a la fuerza de negociación de las partes*” [Elster, 1989].

### 3. Negociación y Familia

Existen dos tipos de aproximaciones teóricas desde economía de la familia que incluyen soluciones cooperativas:

1) Modelos que desarrollan una serie de pautas apriorísticas sobre los procesos particulares de negociación en pareja, para representar las asignaciones de bienes dentro de los hogares. La herramienta para modelar el comportamiento es la **teoría de juegos cooperativos en su aproximación de negociación** [Manser y Brown, 1980] M-B y [McElroy y Horney (1981,1989)] M-H; [McElroy, 1990]. La característica principal de estos modelos es la existencia de *puntos de amenaza* [nivel de utilidad que se puede esperar en ausencia de cooperación] que incentivan el comportamiento cooperativo o no cooperativo de los miembros de la familia. En los trabajos referidos arriba, “la división de las ganancias potenciales del matrimonio se determina por el modelo de negociación simétrica de Nash [1950], donde el punto de amenaza es la disolución del matrimonio para la pareja”. Estos puntos de amenaza están determinados por los precios e ingresos que incorporan los bienes en las funciones de utilidad individual [Bergstrom, 1997].

2) Modelos que no suponen *a priori* características sobre el proceso de elección, no asumen un camino cooperativo previo, y trabajan sobre decisiones que son siempre Pareto eficientes. Todo esto utilizando reglas de distribución en la asignación de recursos<sup>11</sup>. Aquí se destacan los trabajos de Chiappori [1988], Bourguignon et al. [1992].

**3.1 El modelo de Manser y Brown [1980].** En la primera vía, Manser y Brown [1980 M-B] consideran las soluciones de Nash y K-S como una salida al problema de negociación en la familia. Para éstas, el problema de negociación a solucionar se plantea en los siguientes términos: en un matrimonio, las ganancias del mismo existen si hay un incentivo para que la pareja esté unida. El punto de desacuerdo se puede expresar como  $[v_m, v_f]$  (punto de amenaza para el hombre y la mujer respectivamente, que se encuentra dentro de la frontera de posibilidades de negociación de ellos). Para el problema de negociación Nash, nos encontramos con un modelo en donde  $U_m$  y  $U_f$ , representan las funciones de utilidad del esposo y su esposa.

La solución Nash se obtiene resolviendo el siguiente problema de optimización:

$$\text{MaxN} = [U_m(\mathbf{x}_m) - v_m(\alpha_m)] [U_f(\mathbf{x}_f) - v_f(\alpha_f)] \quad [1.6]$$

N es maximizada sujeta al presupuesto familiar y a restricciones del tiempo en este planteamiento.

Aquí:

$U_i$ = utilidad de cada miembro del hogar  $i = [m]$ hombre,  $[f]$  mujer.

$\mathbf{x}_i$ = vector de variables de elección con bienes en general.

$v_i$ = punto de amenaza o desacuerdo, definido como el nivel de utilidad que se le garantiza al individuo si ningún acuerdo en el proceso de negociación es conseguido.

$\alpha_i$ = vector de parámetros que tienen influencia en el punto de amenaza (que por ejemplo está influido por: salarios, precios).

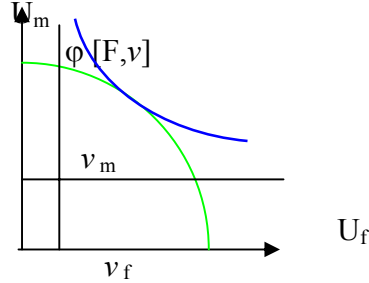
La función objetivo se puede reescribir en forma logarítmica como:

$$\text{MaxN} = [\ln [U_m - v_m] + \ln [U_f - v_f]] \quad [1.7]$$

Dado que la suma de las dos funciones, por supuestos, son cuasicóncavas, implica que la función de Nash por sí misma sea estrictamente cuasicóncava en la región de interés. De esta manera, existe una solución única para el problema de negociación, y se puede encontrar una solución para el vector de demanda  $\mathbf{x}$ , como función de las variables exógenas.

<sup>11</sup> Las reglas de distribución se relacionan con procedimientos de asignación de recursos que pueden provenir o no de un consenso al interior de la familia; en particular la regla de distribución en los modelos colectivos [que no son necesariamente cooperativos] está determinada por la manera en que se distribuye el ingreso que queda, luego de que los miembros del hogar han decidido los gastos sobre bienes comunes [públicos]. El excedente es asignado a los bienes privados. El supuesto de eficiencia implica aquí que los miembros del hogar están de acuerdo en la cantidad a gastar, por cada uno, en bienes privados.

GRÁFICO 1.4

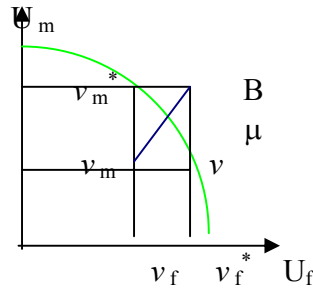


Es así como en la negociación, los valores de equilibrio que maximizan las ganancias de la interacción, se encuentran definidos en términos de los puntos de amenaza  $[v_m, v_f]$ , que representan la utilidad que cada esposo podría conseguir, si no se diera un acuerdo.

En la gráfica 1.4, se observa una función de bienestar social del tipo Cobb-Douglas, que es simétrica, y el origen ha sido llevado a los puntos de amenaza  $[v_m, v_f]$ . De esto se desprende que la utilidad que un individuo recibe con la solución de negociación Nash, es una función creciente de la utilidad que el individuo recibe en el punto de amenaza [Lundberg y Pollak, 1996]. Un incremento en el punto de amenaza de  $m$  y un decremento de  $f$ , causan un aumento en la utilidad de la solución de negociación Nash para  $m$  y un decremento para  $f$ .

La solución de Kalai-Smorodinsky se puede igualmente graficar [Gráfico 1.5] siguiendo a Manser y Brown [1980]; se asume que la frontera de posibilidades de la utilidad es cóncava y el punto  $v = [v_m, v_f]$  es un punto de amenaza.

GRÁFICO 1.5



La línea que va de  $v$  a  $B = [v_m^*, v_f^*]$ , se puede expresar formalmente en 1.8 como:

$$[U_f - v_f] = [[v_f^* - v_f] / [v_m^* - v_m]] [U_m - v_m] \quad [1.8]$$

La solución K-S “es el máximo elemento  $\mu$ , sobre el conjunto factible. Esta es la única solución que satisface el axioma de monotonicidad y las otras tres propiedades establecidas” [Manser y Brown, 1980]. La solución se encuentra sobre la frontera de



posibilidades de utilidad, y es una solución única para las demandas de cada uno de los miembros del hogar que se encuentran negociando [Manser y Brown, 1980].

En síntesis, las dos soluciones presentadas pueden explicar la interacción al interior del hogar junto con el comportamiento de asignación y distribución de la familia. Los puntos de amenaza agregan un interesante elemento al análisis, en tanto la demanda de las familias no sólo depende del ingreso familiar y de los precios, sino que se ve afectada por los argumentos inherentes a estos puntos [discutidos ampliamente].

**3.2 El modelo de McElroy - Horney<sup>12</sup> (M-H).** Estas autoras desarrollan un modelo cooperativo de los hogares, utilizando el enfoque de negociación y aplicando la solución Nash de negociación.

El modelo de McElroy-Horney se centra en la pareja; ésta busca maximizar el producto de las ganancias de la utilidad del matrimonio, una presuposición que no se encuentra por fuera de contexto; los precios, los ingresos no laborales de la pareja, y aquellas actividades que ésta pueda realizar por fuera del hogar, serán los argumentos de las demandas marshallianas resultantes de la maximización que, al mismo tiempo, afectan los puntos de amenaza.

Siguiendo el modelo de negociación Nash, M-H derivan un sistema asociado de las funciones de demanda de los hogares (y la oferta de trabajo), mostrando en el desarrollo de la estática comparativa del modelo una analogía con los resultados del modelo neoclásico tradicional, un aspecto que McElroy [1990] va a destacar como importante contribución en documentos posteriores. En esta analogía se incluyen generalizaciones del efecto, ingreso, y sustitución (representado en la ecuación de Slutsky), la agregación de Engel, la simetría y el cumplimiento de la condición de la matriz de sustitución semidefinida negativa (condición técnica del proceso).

En la formalización del modelo se presenta a la pareja  $m$  y  $f$ , quienes asignan recursos y a la vez puntos de amenaza  $[v]$  de forma conjunta. Para  $m$  el punto de amenaza es el costo de oportunidad de estar casado; en otras palabras, este costo de oportunidad es lo mejor que  $m$  puede hacer actuando solo. Para  $f$  el punto de amenaza es análogo [McElroy, 1990]. El modelo M-H desarrolla los siguientes pasos: [i] establece puntos de amenaza, [ii] determina el juego de negociación y [iii] entrega la solución.

Inicialmente, los puntos de amenaza se determinan cuando  $m$  y  $f$  no están casados así:

$$f[U] = U_m[x_0, x_1, x_3] \quad [1.9]$$

y para  $U_f[x_0, x_2, x_4]$        $x_0$  es el bien compartido  
 $x_1$  bien consumido por  $m$   $x_3$  tiempo de ocio para  $m$   
 $x_2$  bien consumido por  $f$   $x_4$  tiempo de ocio para  $f$

El tiempo para el ocio identifica de manera imprecisa el tiempo dedicado al hogar y está compuesto por tiempo efectivo de descanso y de labor doméstica;  $x_0$  es un bien adicional privado, si  $f$  y  $m$  se casan será un bien público al interior del hogar. Siguiendo a M-H:

$$x = [x_0, x_1, x_2, x_3, x_4]$$

<sup>12</sup> Dos elementos diferencian el trabajo de M-H del de M-B; en primer lugar éstas deciden mantener el supuesto de presupuesto conjunto familiar, además para ellas los bienes que maneja la familia en común no son asumidos como bienes públicos, como sí lo hacen M-H.

$$p = [p_0, p_1, p_2, p_3, p_4]$$

$T$  es el tiempo de dotación para  $m$  y  $f$ , e  $y_m$  e  $y_f$  son los respectivos ingresos no salariales [1.10]. Si no existe relación de pareja, cada uno maximiza de forma independiente sus utilidades, que se encuentran sujetas a las restricciones presupuestales del ingreso total. En el caso de  $m$  se tiene:

$$p_0 x_0 + p_1 x_1 + p_3 x_3 = y_m + p_3 T \quad [1.10]$$

[ésta es análoga para  $f$ ]

Los ingresos no salariales específicos a la pareja, son parte de los potencialmente numerosos determinantes del costo de oportunidad de los miembros de una familia; de esta forma, las variables que determinan el costo de oportunidad de los miembros de la familia serán sólo una: los PAE, según McElroy [1990]. Es importante destacar que en estudios que tienen un enfoque distinto al de negociación Nash, se ha encontrado como los efectos externos, que afectan a los miembros del hogar, favorecen la distribución asimétrica de recursos.

En el modelo los puntos de amenaza se determinan siguiendo como:

$$v_m [p_0, p_1, p_3, y_m; \alpha_m] \text{ y } v_f [p_2, p_3, p_4, y_f; \alpha_f] \quad [1.11]$$

$\alpha_m, \alpha_f$  son los PAE, los cuales influyen en  $v$  y ayudan a determinar el valor máximo de la utilidad que el individuo puede obtener por fuera del matrimonio. Así, si cambia  $\alpha$ , cambian los puntos de amenaza en la solución de negociación Nash.

Si  $v_m$  es pensado como el valor del juego de estar soltero, un elemento de  $\alpha_m$  podría ser, por ejemplo, la relación del número de potenciales esposas para  $m$  [McElroy, 1990], lo que representaría un número de competidores en el relevante mercado de matrimonio. La situación se presenta análoga para  $f$ . Si  $m$  y  $f$  son casados,  $v_m$  y  $v_f$  van a servir como sus respectivos puntos de amenaza. Se asume además que  $m$  y  $f$  tienen funciones de utilidad definidas sobre su propio consumo y el de su esposo o esposa.

La solución de negociación de Nash al problema de asignación de  $m$  y  $f$ , muestra que estos escogen conjuntamente maximizar el producto de sus ganancias del matrimonio. Formalmente la solución se denota como:

$$N \equiv [U_m [x] - v_m [p_0, p_1, p_3, y_m; \alpha_m]] [U_f [x] - v_f [p_0, p_2, p_4, y_f; \alpha_f]] \quad [1.12]$$

Sujeto al total de gastos del hogar que igualan el total de ingresos:

$$p \cdot x = [p_3 + p_4] T + y_m + y_f \quad [1.13]$$

En la ecuación [1.13] es importante observar cómo los precios del ocio equivalen al precio sombra del salario en el mercado; en otros términos, es lo que se pagaría a  $m$  y  $f$  si utilizaran ese tiempo trabajando en el mercado laboral.

La solución a la maximización en [1.12] es un sistema de ecuaciones de demanda. Para M-H este sistema de demanda, que se obtiene con la solución Nash, es más amplio en sus

argumentos que su contraparte neoclásica unitaria; para sustentar tal afirmación destaca los siguientes aspectos:

[1] los argumentos del sistema de demanda neoclásico no incluyen los ingresos no salariales  $[y_i]$  específicos para  $m$  y  $f$ . [2] estos modelos incluyen solo el ingreso conjunto o el total del ingreso no salarial. Para el modelo de negociación la demanda está dada por:

$$x_i = h_i [p, y_m, y_f; \alpha_m, \alpha_f], i = 0, 1, 2, 3, 4 \quad [1.14]$$

Es importante notar que los argumentos del sistema de demanda de Nash, en este caso, incluyen todos los precios, las medidas separadas del ingreso no salarial para  $m$  y  $f$ , y los parámetros  $\alpha_m$  y  $\alpha_f$ .

En un sistema neoclásico de demanda el costo de oportunidad de estar casado sería irrelevante, y de forma consecuente los PAE no se incluirían como argumentos.

#### 4. Soluciones y efectos en la distribución de recursos

La aplicación de las diferentes soluciones mostradas anteriormente, presenta interesantes efectos en los procesos de asignación de recursos al interior de la familia. Se desarrolla a continuación un ejemplo, y se grafican sus respectivos resultados para visualizar las soluciones.

*Ejemplo:* Supongamos que una pareja quiere distribuir 8 unidades monetarias entre ellos. Las funciones de utilidad están dadas de la siguiente manera:

$$U_1 = 2\sqrt{x} \text{ y } U_2 = \sqrt{x}$$

En este caso se supone que la pareja tiene funciones de utilidad que representan su aversión al riesgo. La aplicación de las diferentes soluciones entrega los siguientes resultados:

##### Una distribución igual de bienes

Ésta simplemente contempla que a cada una de las personas se le asigne 4 unidades, pero esto, en términos de utilidad, significa que:  $U_1 = 4$  y  $U_2 = 2$ .

La distribución igualitaria de las unidades monetarias no entrega en esta vía de análisis una utilidad similar.

##### Solución Nash Para la pareja $v = [0,0]$

$$\text{Aquí } F = \{ [y_1, y_2] / 0 \leq y_1 \leq 2[8]^{1/2}, 0 \leq y_2 \leq 2[8]^{1/2} - [y_1] \}$$

$$\text{Se encuentra el valor máximo de la función: } y_1 [2[8]^{1/2} - y_1]^{1/2}$$

$$\text{Con soluciones } y_1 = 3.77 \text{ y } y_2 = 1.37$$

el par  $y_1$  e  $y_2$ , son asignaciones de utilidad correspondientes a la asignación en unidades  $[5.65, 2.35]$ .

### Solución igualitaria de utilidades

Si  $v = [0,0]$  por las condiciones ya señaladas, la solución igualitaria requiere que  $y_1 = y_2$

De esta manera  $[2 [8]^{1/2} - y_1]^{1/2} = y_1$

Despejando se obtiene  $y_1 = y_2 = 1.92$

### Solución Utilitaria

La solución es encontrar el valor máximo de  $[2 [8]^{1/2} - y_1]^{1/2} + y_1$

Derivando respecto a  $y_1$  e igualando a cero se encuentra que  $y_1 = 5.4$   $y_2 = 0.5$

### Solución Kalai- Smorodinsky

Conocemos que  $m_1 [F,v] = 5.65$  y  $m_2 [F,v] = 2.82$

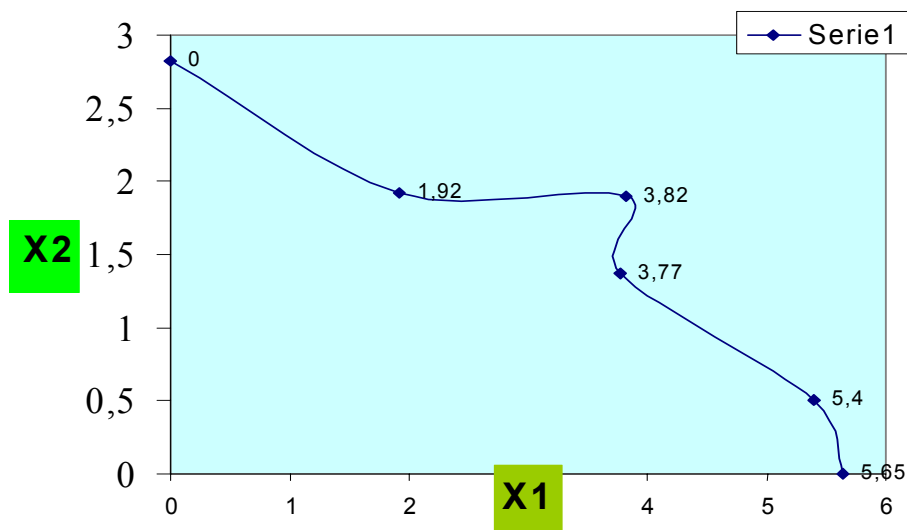
$$[x_2 - v_2] / [x_1 - v_1] = m_2 [F,v] - v_2 / m_1 [F,v] - v_1$$

$x_2/x_1 = m_2 [F,v] - v_2 / m_1 [F,v] - v_1$  con soluciones  $x_1 = 3.82$   $x_2 = 1.90$

El Gráfico 1.6 permite observar cómo la solución más justa en este ejercicio, independiente de considerar la distribución igual de bienes, es la de K-S; ésta asigna las mayores utilidades para cada uno de los negociantes. La solución igualitaria es desventajosa, pues la distribución equitativa entrega menos bienestar a  $x_1$  en términos de la utilidad conseguida, que la solución de Nash y la de K-S. La solución utilitaria es totalmente inequitativa para  $x_2$ .

### **GRÁFICO 1.6**

## SOLUCIONES DE NEGOCIACIÓN



### 5. Los problemas de simetría y de amenazas creíbles

El problema del tratamiento simétrico de los individuos es uno de los puntos más discutidos en la literatura que critica los modelos de negociación [Katz, 1997]. Desde la perspectiva de los roles de hombres y mujeres, la simetría en las relaciones no permite identificar los procesos reales de decisión. En el modelo de negociación se tienen individuos que no presentan preferencias similares, pero que se encuentran en igualdad de condiciones cuando enfrentan el proceso de negociación; de allí la simetría.

La condición de simetría es clave en la solución del modelo de negociación Nash y en la solución de Kalai-Smorodinsky. Tal situación implica que en el desarrollo del juego de negociación, se trate de forma simétrica a los jugadores; si bien los individuos pueden diferir en las posiciones que adoptan de *retroceso* (cambio de elección) en la negociación, los jugadores son iguales ante las reglas del juego.

La discusión sobre la simetría es clave en Elster [1989]; él argumenta que generalmente en los procesos de negociación, lo que se presenta son situaciones donde los negociantes tienen asimetrías, o como él lo llama, diferencias en el *poder de negociación*. Estas diferencias son clasificadas por Elster [1989] como las determinadas por las preferencias y los recursos materiales y estarían interviniendo en los modelos expuestos; otro elemento que interviene son las normas sociales.

Las personas que conforman la familia difieren en sus condiciones particulares para definir sus estrategias cuando van a resolver conflictos. Tal situación no se percibe en el modelo de negociación; en su estructura los participantes son iguales en derechos (reglas del juego) y habilidades (como dotación natural) frente al poder de negociación. Este aspecto es conocido en la literatura relacionada como la posibilidad de *expresión (voice)* que tienen las personas [Katz, 1997]. En la misma dirección, para quienes conforman la

familia, los elementos del entorno individual y las posibles alternativas sociales y económicas que tengan, se conocen como *salidas (exit)*<sup>13</sup> [Katz, 1997; Sen, 1990].

Para algunos investigadores, el problema de la asimetría se puede solucionar estimando la fuerza negociadora como un parámetro. La solución general de Nash, como es conocido en la literatura, es la alternativa; esta posibilidad se expresa en la función objetivo:

$$N = [x_1 - v_1]^\alpha [x_2 - v_2]^{1-\alpha} \quad [1.15]$$

con  $0 < \alpha < 1$

Aquí, en lugar de que los puntos de amenaza sean el par  $E[0,0]$ , estos serán algún punto eficiente  $[\alpha, 1-\alpha]$ . De esta forma, el parámetro a estimar recoge lo que para Katz [1997] son los elementos de *voz* [habilidad de la negociación] y *salida*, que se refiere a las alternativas sociales y económicas que se pueden tener por parte de quienes negocian, en la ausencia de una solución cooperativa.

En esta vía, un argumento similar se puede utilizar como en el teorema de solución de negociación, y la solución a este problema será un punto que maximice el ahora llamado producto generalizado de Nash. Esta es una solución de negociación Nash no simétrica, si y sólo si existen los números positivos  $[\alpha, 1-\alpha]$ , tales que para el problema de negociación se cumplan los axiomas de Nash [Myerson, 1991].

Un ejemplo interesante de esta situación, siguiendo a Myerson [1991], es el siguiente: se propone un juego de negociación entre una madre jefa de familia con cuatro hijos y otra persona, digamos el padre. El bien a distribuir es una suma determinada de dinero. La solución intuitiva, para este juego con utilidad transferible, es repartirlo entre cinco, de manera proporcional, tal que a la madre le correspondan 4/5 y al padre 1/5. Pero si se quiere una solución Nash generalizada que cumpla los axiomas, entonces  $\alpha/\beta = 4$ .

Las ponderaciones, en este caso, equilibrarían el poder de negociación en diferentes circunstancias. El desafío se encuentra en cómo derivar estas ponderaciones [Katz, 1997], que por cierto, independientemente de la estimación econométrica, genera escepticismo en autores como Elster [1989], pues en su concepción éste “*es un enfoque viciado por su falta de micro fundamentos y el carácter mecánico de sus supuestos*”.

La necesidad de una micro-fundamentación de la *fuerza de negociación* se justifica cuando autores como Elster [1989] identifican las preferencias temporales, la aversión al riesgo y las opciones internas, como factores que determinan este elemento. Esto sucede en el caso en donde el negociador es una persona impaciente, con aversión al riesgo y con baja utilidad en el desacuerdo. Lo que indica que su posición de negociación será débil.

En general, en los modelos de negociación cooperativa, la solución Nash generalizada compara el acuerdo en donde se maximiza el producto ponderado de las ganancias de la utilidad, frente a las opciones externas, a diferencia de los modelos no cooperativos, en donde el producto ponderado de las ganancias de utilidad se compara con factores internos, que fuerzan amenazas creíbles.

De esta forma, el modelo cooperativo de Nash funciona “*cuando el acuerdo se fuerza por el riesgo de que fracase la negociación*” [Elster, 1989]; es importante tener en cuenta

<sup>13</sup> Los aspectos ligados, tanto a la expresión como a la salida, son entre otros las diferencias de edad, género y educación, que definen las asimetrías de la negociación. Estas características tienen efecto en los análisis del modelo de negociación y no pueden ser tomadas como datos dados. Si esta situación se da, los proyectos de política social implementados presentarían una interpretación sesgada del comportamiento de las familias.

que aquí estas opciones del desacuerdo son externas, pero no pueden elegirse de manera libre. Un ejemplo de interés es el caso de los modelos cooperativos de negociación en la familia, desarrollados arriba, en donde el desacuerdo está en el divorcio. La situación descrita se encuentra en estrecha relación con el axioma de alternativas irrelevantes, lo que conduce a que se reduzca el conjunto de elección.

En situaciones en donde entran a intervenir factores que afectan los puntos de acuerdo, como en el caso de las instituciones, la solución de K-S al no tener en cuenta el axioma de alternativas irrelevantes, permite considerar los nuevos puntos de acuerdo que se producen por tal situación. Esto permite llegar a una mejor solución en términos de equidad.

En los modelos desarrollados por Manser y Brown [1980] y McElroy y Horney [1981], es discutible la validez del divorcio como punto de amenaza. En esta línea de análisis, Lundberg y Pollak [1993] argumentan que la *amenaza* de divorcio no es siempre creíble. Como alternativa proponen la endogenización de los puntos de amenaza [Lundberg y Pollak, 1993]. Para ello desarrollan el modelo de *esferas separadas* en el hogar, como una alternativa de modelación dentro de procesos de negociación, este modelo presenta como estructura de solución la negociación Nash, pero su particularidad es que se mira al matrimonio como un juego cooperativo, y los puntos de amenaza como equilibrios no-cooperativos, que consideran los roles de género tradicionales.

Los autores se centran en su artículo en las implicaciones de política; en su modelo, el pago de subsidios a los niños a través de las mujeres, mejora la distribución de los recursos del hogar en favor de la mujer y sus hijos e hijas. Pero si hay un acuerdo entre esposo y esposa sobre transferencia, los esposos pueden reducir sus transferencias en una cantidad equivalente al subsidio familiar recibido por la esposa, lo que no es un resultado deseable. En este sentido, un resultado no cooperativo se puede mirar como positivo para el bienestar de los niños y las niñas, pues no se llegaría a acuerdos entre esposos y esposas frente al subsidio, evitando que el esposo tome una decisión que perjudique el proceso de asignación de recursos.

Los modelos de cooperación frente a los modelos unitarios presentan, en teoría, una ventaja al reconocer las preferencias individuales y mantenerlas en la elección. Sin embargo, la **simetría de los jugadores ante las reglas y la información** niega las particularidades que entran a influir en cualquier proceso de negociación. El no considerar además el ambiente institucional<sup>14</sup> en que los individuos interactúan, conduce a restringir la individualidad, dadas las implicaciones que para cada persona tienen las instituciones.

Pensar qué derechos y habilidades son características institucionales y en dónde las decisiones se toman por normas sociales prevalecientes, podría abrir la agenda a una aproximación de tipo institucionalista, en donde hábitos y reglas [Hodgson, 1997] explicarían las interrelaciones entre los miembros de la familia.

## 6. Conclusiones

Los progresos teóricos en los modelos unitarios y de juegos son importantes para el avance de la Economía de la Familia, pero el impacto sustancial de estos trabajos está en una íntima relación con la utilización de éstos en sus aplicaciones de política social y en la

---

<sup>14</sup> Becker [1996] introduce elementos importantes para el análisis institucional; sin embargo, no traspasa la barrera del hombre racional, puesto que para él las normas y la formación de preferencias hacen parte de este comportamiento.

manera en que los planificadores sociales deban utilizar mecanismos de análisis más formales para la toma de decisiones de política que sean efectivas para la sociedad.

La implementación de costosos programas de política social para la familia y sus miembros no puede descuidar preguntas sobre cómo se conforman las familias, o cómo éstas deciden en la asignación de recursos [Haddad, Hoddinot, Alderman, 1997], ya que son clave para cualquier planificador social, pues su desconocimiento se presenta como un obstáculo serio para la consecución de objetivos, como el mejoramiento del bienestar de los grupos que se quiere ayudar con la implementación de los programas sociales.

Los modelos unitarios dominaron el panorama teórico en los años sesentas y setentas del siglo XX. Pero a finales de los años setentas, se empezó a tomar en consideración el conflicto y la cooperación como elementos subyacentes a la interacción familiar. Se destacan así los trabajos de Manser y Brown [1980] y McElroy y Horney [1981], expuestos en este artículo.

En la perspectiva cooperativa de negociación, se trasciende de la aproximación teórica unitaria centrada en el problema de elección y asignación de recursos, a un análisis de interacción, con la modelación desde los juegos cooperativos, que permiten observar en la familia cómo los problemas de elección y asignación de recursos pueden ser explicados por factores como estructuras, reglas y procesos, que afectan la distribución intrafamiliar de bienes [Sen, 1990; Folbre 1995; Katz, 1997].

Si los factores que están determinando las elecciones individuales son diferentes a las elecciones resultantes de un proceso de negociación, entonces las condiciones individuales deben resultar de la negociación, y no presentarse como una analogía de la conducta individual trasladada a la negociación [Elster, 1989], que es lo que se presenta formalmente en los modelos unitarios y lo que la aproximación cooperativa pretende trascender. Los juegos cooperativos, como instrumento de análisis, permiten generar interacciones entre agentes económico-sociales, y son una interesante herramienta en el análisis cooperativo de los individuos. En Economía de la Familia, los juegos cooperativos son estudiados bajo la aproximación axiomática de negociación Nash.

Un primer logro del enfoque de negociación, es permitir capturar la esencia del conflicto presente en la conformación de las preferencias de grupo y sus implicaciones en la *fb*s de una familia. Un segundo logro está en relación con determinar el costo de oportunidad de los miembros de la familia en la distribución intrafamiliar del ingreso y sus efectos en la demanda de los hogares. Desde la perspectiva de McElroy [1990], el poder explicativo del modelo de negociación es mayor que el proporcionado por el modelo unitario; esto por la posibilidad de interacción y por la riqueza que otorgan al modelo los PAE. El modelo de negociación provee un mecanismo para analizar problemas que involucran decisiones conjuntas en el caso de asignar recursos.

Los modelos cooperativos de asignación de recursos se han utilizado en diferentes tipos de estudios: toma de decisiones de consumo, análisis del divorcio, violencia intra-familiar. Estudios que, desde lo teórico y lo empírico, abren un interesante campo de acción a pruebas de verificación y a proposiciones de política económica en familia.

La aplicación de los modelos teóricos, como ayuda para asignar recursos debe, independientemente del modelo asumido [colectivo o unitario], tener en cuenta que no existe simetría cuando la pobreza para un grupo disminuye, y que la solución de política a nivel individual no puede ser aliviada sin considerar cómo se están comportando los otros miembros del hogar [Haddad, Hoddinot, Alderman, 1997]. Si no se presentan consideraciones sobre estos aspectos, las políticas presentarán fallas frente a su objetivo.



Nancy Folbre [1997] discute los problemas de los derechos asimétricos y las obligaciones, en los análisis teóricos que se han desarrollado sobre el grupo familiar. Para ella estos elementos son consustanciales a la explicación teórica y deberían ser asumidos en ésta. En su perspectiva, quienes diseñan políticas se abstraen a sí mismos de los prejuicios sociales, una situación que es un punto de referencia extraño a las nuevas teorías de política económica, en donde las políticas son formadas a través de coaliciones políticas y grupos de presión. Folbre provee evidencia de que la política pública en muchos países, pero de manera especial en el mundo en vías de desarrollo, refuerza las desigualdades al interior de los hogares y de la familia.

La perspectiva cooperativa de negociación permite ir más lejos que la aproximación teórica unitaria, pues admite observar en la familia cómo los problemas de elección y asignación de recursos pueden ser explicados por factores como estructuras, reglas y procesos, todos de carácter institucional, que afectan la distribución intrafamiliar de bienes [Sen, 1990; Folbre, 1995; Katz, 1997]. Como los factores que están determinando las elecciones individuales son diferentes a las elecciones resultantes de un proceso de negociación, los resultados del proceso se presentan más favorables a los que se pueden obtener a través del modelo unitario y la simple optimización de una *fb*s.

La implementación de los modelos cooperativos requiere de un mayor trabajo analítico y empírico; en este sentido se deja planteado un campo de trabajo que permita, a través del desarrollo de una línea de investigación, la consolidación de estos procesos para el caso de la investigación económica de la familia en Colombia.

### Bibliografía

- Alderman, H., Haddad, L. & Hoddinott, J. (1997). "*Policy Issues and Intrahousehold Resource Allocation: Conclusions*". En: *Intrahousehold Resources Allocation in Developing Countries*. Johns Hopkins.
- Becker, G. (1981a). *A Treatise on the Family*. Cambridge 1992: Harvard University Press.
- Becker, G. (1981b). "Altruism in the Family and Selfishness in the Market Place". *Economica*. 48, pp. 1-15.
- Becker, G. (1996). *Accounting for Tastes*. Harvard University Press.
- Bergstrom, Th. (1997). "A Survey of Theories of the Family". *Handbook of Population and Family Economics*. Elsevier Science.
- Bourguignon, F. & Chiappori, P. (1992). "Collective Models of household behavior: An introduction". *European Economic Review* 36, pp. 355-364.
- Chiappori, P. (1988). "Nash-bargained household decisions: A comment". *International Economic Review* 29[4], pp. 791-796.
- Elster, J. (1989). *The Cement of Society*. Press Syndicate of the University of Cambridge.
- Folbre, N. (1995). "Engendering Economics: New perspectives on women work and demographic change". Annual World Bank Conference on Development Economics.
- Folbre, N. (1997). "Gender Coalitions: Extrafamily Influences on Intrafamily Inequality". In: *Intrahousehold Resources Allocation in Developing Countries*. Johns Hopkins.
- Haddad, L., Hoddinott, J. & Alderman, H. (1997). "The Scope of Intrahousehold Resource allocation Issues" In: *Intrahousehold Resources Allocation in Developing Countries*. Johns Hopkins.
- Hodgson, G. (1997). "The Ubiquity of habits and Rules". *Cambridge Journal of Economics*. 21, pp. 663-684.

- Katz, E. (1997). "Intra-Households Economics of Voice and Exit". *Feminist Economics* 3[3], pp. 25-46.
- Katz, E.; Carter, M. (1997). "Separate Spheres and the Conjugal Contract: Understanding the Impact of Gender-Biased Development. In: *Intrahousehold Resources Allocation in Developing Countries*. Johns Hopkins.
- Lundberg, Sh. & Pollak, R. (1993). "Separate Spheres bargaining and the marriage market". *Journal of Political Economy* 101 (6), pp. 988-1010.
- Lundberg, Sh. & Pollak, R. (1996). "Bargaining and Distribution in Marriage". *Journal of Economic Perspectives*. Volume,10, No.4, pp. 139-158.
- Manser, M. & Brown, M. (1980). "Marriage and Household Decision-Making: A Bargaining Analysis". *International economic Review*. Vol 21, No. 1. *The economics of the family*. Nancy Folbre. EE.
- McELROY, Marjorie; HORNEY, M. 1981."Nash Bargained Household Decisions: Toward a Generalization of the Theory of Demand". En: *International Economic Review* 22[2]: 333-49.
- McElroy, M. (1990). The empirical content of Nash-bargained household behavior. *Journal of human resources* 25(4), pp. 559-583.
- Myerson, R. (1991). *Game Theory*. Harvard University Press.
- Nash, J. (1950). "The bargaining problem". *Econometrica*, 18, pp. 155-62.
- Purkayastha, D. (1999)."Patriarchal Monopoly and Economic Development". *Feminist Economics*. 5(2), pp. 83-89.
- Roldán, M. (1988)."Renegotating the marital contract. Intrahouseholds patterns of money allocation and women's subordination among domestic outworkers in Mexico City". *Home Divided*. Editors Daisy Dwyer and Judith Bruce. Stanford University Press.
- Rubinstein, A. & Osborne, M. (1994). *A Course in Game Theory*. The MIT Press.
- Selten, R. (1987). "Equity and coalition bargaining in experimental three-person games". En: A. Roth, compilador. *Laboratory experimentation in economics*, pp. 42-98, Cambridge University Press.
- Sen, A. (1990). "Cooperation, Inequality, and the Family". In Geoffrey McNicoll and Mead Cain [eds]. *Rural Development and Population: Institutions and Policy*. *Population and Development Review*, pp. 61-76. *The economics of the family*. Nancy Folbre. EE.
- Serrano, E. (2003). Economía de la familia: Una aplicación empírica del modelo unitario para Colombia. En: Cuadernos de Economía No.38 Universidad Nacional de Colombia. CID.